

مدل سازی شکل به روش آماری، با استفاده از معیارهای نظریه‌ی اطلاعاتی

محمد امین امیدی^۱، بابک سیف^۲ و امیرحسین فروزان^۳

چکیده

مدل‌های زاینده مرز شکل در تشخیص و درک از تصویر کاربرد دارد. تلاش آن است تا این مدل زاینده را با یادگیری از مجموعه‌ای آموزشی از تابع‌های شکل (یا به طور معادل، منحنی‌های درون‌یابی شده از مرز شکل‌ها)، بیاموزیم. برقراری تناظر، یا به طور معادل، نحوه‌ی نمونه‌برداری از تابع‌های شکل، بر کیفیت مدل‌های شکل بسیار اثرگذار است. راهکار روزآمد برای برقراری تناظر، تعریف یک ریسک تجربی تنظیم شده برای مدل‌های زاینده است که با کمینه‌سازی این ریسک، تناظر بین شکل‌ها مشخص می‌شود. انتخاب پارامترهای تنظیم به کار رفته در تابع‌های ریسک، تأثیری شگرف بر بهینه‌سازی دارد. در این مقاله با تخمین بُعد مؤثر مدل تحلیل سازه‌ی اساسی و به کارگیری الگوریتم تخمین آنتروپی مقدارهای ویژه، اثر واریانس خطا در گزینش تناظر را در مدل‌های شکل آماری در نظر می‌گیریم. استفاده از الگوریتم پیشنهادی باعث شده است در مدل اندام‌های موجود در تصویرهای رادیوگرافی قفسه‌ی سینه از نظر معیار ویژه بودن به اندازه‌ی ۰,۵ میلی‌متر نسبت به روش طول توصیف کمینه بهبود ایجاد شود و زمان پیدا کردن تناظر نقاط بین شکل‌ها از ۶۰۰ ثانیه به ۳۰۰ ثانیه کاهش پیدا کند. همچنین، تناظر برقرار شده با روش پیشنهادی، از نظر معیار ویژه بودن، بر تناظر برقرار شده با نقطه‌گذاری توسط پزشکان برتری دارد.

کلید واژه‌ها

بینایی ماشین، شناسایی و درک از تصویر، مدل‌سازی شکل به روش آماری، طول توصیف کمینه، تخمین آنتروپی مقدارهای ویژه

سامانه‌ای نیاز است که بتواند با مشاهده‌ی تصویر یا مجموعه‌ای از تصویرها تصمیم‌گیری کند.

این سامانه برای تصمیم‌گیری روی تصویر جدید باید از درون تصویر، هدف مورد بررسی خود را شناسایی کند («تشخیص چیز»^۱) و ویژگی‌های آن را بیرون بکشد («استخراج ویژگی»^۲). به دیگر سخن، تشخیص چیز (یا همان هدف) در تصویر، با بخش‌بندی^۳ تصویر به دو ناحیه‌ی درون و بیرون هدف انجام می‌شود.

۱- مقدمه

در برخی از کاربردها مانند پایش آمد و شد افراد در یک مکان عمومی [۱]، تشخیص بیماری با مشاهده‌ی تصویرهای پزشکی [۲] و جز آن، به «بینایی ماشین» نیاز است. به دیگر سخن، به

این مقاله فروردین ماه ۱۴۰۲ دریافت شد، در تیر ماه بازنگری و سپس پذیرفته گردید.

^۱ دانشجوی دکتری مهندسی برق - مخابرات، دانشگاه شاهد، تهران، ایران.

رایانامه: mamin.omidi@shahed.ac.ir

^۲ دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی برق - مخابرات، دانشگاه شاهد، تهران، ایران.

رایانامه: seyfe@shahed.ac.ir

^۳ دانشکده فنی و مهندسی، گروه مهندسی پزشکی، دانشگاه شاهد، تهران، ایران.

رایانامه: a.foruzan@shahed.ac.ir

^۱ Object recognition

^۲ Feature extraction

^۳ Segmentation

شکل تعیین شود. با این رویکرد، دیگر برقراری تناظر، سلیقه‌ای نیست و ساخت مدل‌های شکل دقیق از مشاهده‌های محدود، امکان‌پذیر است.

کوچف^۲ و همکاران [۵] از دترمینان ماتریس کواریانس بردارهای شکل به عنوان تابع ریسک استفاده کرده‌اند. از آنجا که بهینه‌سازی یاد شده نامحذب است و می‌تواند تعداد زیادی کمینه‌ی محلی داشته باشد، نویسندگان مقدار ثابتی را به عناصر روی قطر ماتریس کواریانس افزوده‌اند تا با این کار، احتمال به دام افتادن در کمینه‌ی محلی را کاهش دهند و با نویز مدل‌سازی مقابله کنند.

در [۶]، [۷] و [۸] از طول توصیف کمینه‌ی محاسبه شده برای «مدل تحلیل سازه‌ی اساسی بردارهای شکل»^۸ به عنوان تابع ریسک استفاده شده است. در ریسک طول توصیف کمینه یک مقدار آستانه‌ی ثابتی تعبیه شده است که اگر تغییرپذیری مدل در هر یک از بعدهای مدل تحلیل سازه‌ی اساسی کمتر از آستانه‌ی یاد شده باشد، به آن بعد طول توصیف کمتری اختصاص یابد. در اینجا نیز از طریق آستانه‌ی یاد شده میزان اهمیتی که هر یک از بعدهای مدل در بهینه‌سازی دارد، مشخص می‌شود تا از به دام افتادن در کمینه‌های محلی (نامناسب و پرت) جلوگیری شود.

در ریسک^۹ مدل‌های شکل، «پارامتر تنظیم»^{۱۰}، برای در نظر گرفتن نویز مدل‌سازی در بهینه‌سازی، به کار می‌رود. شیوه‌ی مقداردهی این پارامتر در کیفیت تناظر و مدل شکل مؤثر است. پس شایسته است که برای پارامتر تنظیم تخمینی دقیق و سازگار^{۱۱} پیشنهاد شود.

به تازگی از روش‌های «یادگیری ژرف»^{۱۲} برای ساخت مدل‌های شکل از تصویرهای خام استفاده شده است [۹]، [۱۰] و [۱۱]. توجه شود که برای آموزش دادن این شبکه‌های ژرف، همچنان به مدل‌های شکل که از روش‌های دیگر ساخته می‌شود (مثل کمینه‌سازی ریسک دترمینان ماتریس کواریانس و یا ریسک طول توصیف کمینه)، نیاز است [۱۲]. همچنین، به طور معمول، شبکه‌های ژرف به تعداد زیادی داده برای آموزش نیاز دارند که در برخی کاربردهای پزشکی، امکان دسترسی به این حجم انبوه داده وجود ندارد. با فرض فراهم بودن داده‌ی کافی برای آموزش دیدن این شبکه‌ها، آن‌ها را می‌توان برای بخش‌بندی یا استنتاج (مثل تشخیص بیماری و غیره) از تصویرهای جدید به کار برد.

همان‌طور که قبل‌تر گفته شده شد، در کاربردهای پزشکی، فراهم کردن داده‌ی بخش‌بندی شده‌ی مناسب برای برقراری تناظر و ساختن مدل شکل، کاری دشوار است. به همین دلیل، معمولاً تعداد داده‌های آموزش اندک است. از طرف دیگر، معمولاً برای

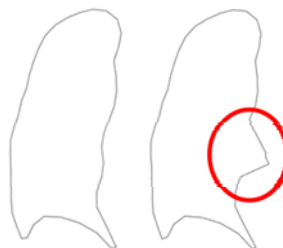
برای اینکه سامانه‌ی یادگیرنده بتواند به صورت خودکار روی تصویرهای جدید بخش‌بندی کند یا ویژگی‌های هدف را بیرون بکشد، نیاز است تغییرپذیری^۱ هدف را یاد بگیرد. این یادگیری با در اختیار داشتن مجموعه‌ای از تصویرهای بخش‌بندی شده امکان‌پذیر است.

در این مقاله یادگیری تغییرپذیری هدف در تصویر با داشتن تعداد محدودی از تصویرهای بخش‌بندی شده^۲ بررسی می‌شود. می‌خواهیم با بهره‌گیری از این تصویرها مدلی را بسازیم که توانایی تولید نمونه‌های خارج از مجموعه‌ی آموزشی را نیز داشته باشد. به چنین مدلی «مدل شکل ساخته شده به روش آماری»^۳ یا به اختصار، «مدل شکل آماری» گفته می‌شود.

مدل‌های شکل آماری برای تشخیص بیماری‌های کبدی [۲]، بخش‌بندی قلب در تصویرهای «MRI قلبی»^۴ [۳]، تشخیص سیب رسیده از نارس [۴] و جز آن کاربرد دارد.

برای ساخت مدل شکل، نخست، نیاز است که نقطه‌هایی را از مرز هر یک از شکل‌های مجموعه‌ی آموزشی نمونه‌برداری کنیم. اینکه این نقطه‌ها از چه قسمت‌هایی از مرز شکل‌ها و با چه ترتیبی برداشته شوند، «مسئله‌ی تناظر»^۵ نام دارد.

نمونه‌برداری نادرست نقاط نشانه در خروجی مدل تغییرهای ناخواسته می‌سازد (شکل (۱)). این پدیده را نویز در مدل‌سازی می‌نامند [۵]. آشکار است که مدلی مناسب‌تر است که نویز مدل‌سازی در آن کمتر باشد.



شکل (۱): اثر گزینش نامناسب نقطه‌های نشانه. تصویر سمت چپ: خروجی مدل ساخته شده برای ریه‌ی سمت راست با انتخاب مناسب نقاط نشانه. تصویر سمت راست: خروجی مدل ساخته شده برای ریه‌ی سمت راست با انتخاب نامناسب نقطه‌های نشانه. قسمت ناهنجار با دایره مشخص شده است.

می‌توان تناظر بین شکل‌ها را به صورت دستی و با نقطه‌گذاری برقرار کرد. اما چنین کاری زمان‌بر است و همچنین نقطه‌گذاری، جنبه‌ی سلیقه‌ای پیدا می‌کند. راه حل دیگر (که در این مقاله نیز دنبال می‌شود) آن است که تناظر نقطه‌های شکل‌ها با کمک «کمینه‌سازی ریسک تجربی تنظیم شده»^۶ برای مدل‌های زاینده

Kotchef^۷Principal Component Analysis (PCA) model of shape vectors^۸Risk^۹Regularization parameter^{۱۰}Consistent^{۱۱}Deep learning^{۱۲}Variability^۱Segmented^۲Statistical Shape Model (SSM)^۳Cardiac MRI^۴Correspondence problem^۵Regularized empirical risk minimization (ERM)^۶

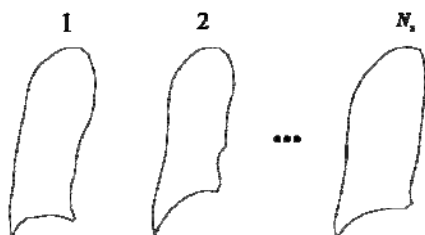
۲- تعریف‌ها و مفهوماها برای مدل‌سازی شکل به روش آماری

تابع شکل را به صورت تابع $\mathbb{R}^2 \rightarrow [0,1]$: \mathbf{s} تعریف می‌کنیم. به ازای گزینشی مشخص از پارامتر $t \in [0,1]$ ، تابع $\mathbf{s}(t)$ نقطه‌ای از مرز شکل اندام دوبعدی است. نقطه‌ی آغازین و میانی و پایانی این تابع به ترتیب برای $t=0$ و $0 < t < 1$ و $t=1$ به دست می‌آید.^۷

مجموعه‌ی N_s عضو $D_s := \{s_n(\cdot)\}_{n=1}^{N_s}$ از تابع‌های شکل یک اندام مشخص را در اختیار داریم (شکل (۲)). می‌خواهیم با استفاده از مجموعه‌ی آموزشی D_s ، «مدل زاینده‌ی شکلی»^۸ را ایجاد کنیم که تابع‌های شکل درون و بیرون مجموعه‌ی آموزشی را با دقت و کیفیت بالا بازسازی کند. مدل زاینده‌ی شکل را با نگاه‌ست $\mathbb{R}^2 \rightarrow [0,1] \times \Gamma$: \mathbf{g} نشان می‌دهیم که $\Gamma \subseteq \mathbb{R}^K$ مجموعه‌ی بردارهای حالت مدل زاینده‌ی شکل است. به ازای یک انتخاب از بردار حالت $\mathbf{b} \in \Gamma$ تابع زاینده‌ی $\mathbf{g}(\cdot, \mathbf{b})$ یک تابع شکل نور را برمی‌گرداند.

شکل (۳) خروجی‌های شکل اندام ریبه‌ی راست به دست آمده از یک مدل \mathbf{g} را به ازای گزینش‌های مختلف بردار حالت نشان می‌دهد. در این مثال، درایه‌ی (مد) نخست بردار \mathbf{b} در بازه‌ی مشخصی تغییر می‌کند و بقیه‌ی $K-1$ مد صفر قرار داده شده است. آن‌گونه که می‌بینیم، با داشتن مدل خوب، می‌توان شکل‌های خارج از مجموعه‌ی آموزشی را نیز با دقت و کیفیت بالا ایجاد کرد. به این مدل که با تحلیل آماری روی مجموعه‌ای از مرز اندام هدف تولید می‌شود، مدل شکل آماری گفته می‌شود. در ادامه، روش ساخت چنین مدلی را شرح می‌دهیم.

در عمل، تابع‌های شکل از تصویرهای بخش‌بندی‌شده به دست می‌آید. در هر تصویر، تعداد محدودی نقطه وجود دارد که با درونیابی این نقطه‌ها یک تابع شکل پیوسته ساخته می‌شود. در حالت کلی، تعدادی بی‌شمار تابع شکل، برای توصیف هر یک از شکل‌ها وجود دارد. اینکه کدام یک از تابع‌های شکل را برای گروهی از تصویرهای مجموعه‌ی آموزشی به کار ببریم، مسأله‌ی تناظر نام دارد.



شکل (۲): مجموعه‌ی داده‌ی آموزشی از مرز شکل‌ها برای اندام ریبه‌ی راست.

ایجاد مدل شکل مناسب، بردارهای شکل باید بعد زیادی داشته باشد. به همین دلیل، با پدیده‌ی «داده‌ی اندک با بعدهای زیاد»^۱ رو رو به رو هستیم.

در [۱۳] و [۱۴] برای افزایش کیفیت مدل‌های شکل یک پس‌پردازش^۲ ارائه شده است که مبتنی بر «فرض محلی بودن»^۳ تغییرات در مدل شکل است. فرض محلی بودن به این معنی است که تغییرهای شکل در نقاط هم‌جوار تأثیر ناچیزی بر تغییرات شکل در نقاط دور دست دارد. نویسندگان نشان داده اند که با حذف تأثیر تغییرهای محلی بر تغییرهای در نقاط دور دست، «خطای بازسازی»^۴ کاهش می‌یابد و کیفیت مدل شکل بهبود می‌یابد. برای استفاده از این پس‌پردازش، نیاز است که تناظر بین شکل، چه به صورت دستی و یا خودکار، برقرار شده باشد.

در این مقاله، الگوریتمی سازگار برای تعیین واریانس نویز در مدل‌های شکل ارائه شده است. با استفاده از الگوریتم پیشنهادی، تخمینی سازگار برای واریانس نویز در دو تابع ریسک دترمینان ماتریس کواریانس و طول توصیف کمینه به دست می‌آید. با بازآموزش^۵ مدل با این تخمین جدید، کیفیت مدل‌های شکل بهبود می‌آید. همچنین، نشان می‌دهیم که با اعمال پس‌پردازش [۱۳]، بهبود در مدل‌های شکل به دست آمده با روش پیشنهادی افزایش معنادار می‌یابد (جدول (۲)). همچنین، روش پیشنهادی ما از نظر زمان اجرا برای روش طول توصیف کمینه برتری دارد (شکل (۷) و جدول (۴)).

یک راه برقراری تناظر، استفاده از نقطه‌گذاری‌های انجام شده توسط افراد خبره (در کاربرد ما، پزشکان) است. آزمایش‌های ما نشان داده است که مدل شکل به دست آمده از برقراری تناظر با روش پیشنهادی از مدل شکل به دست آمده با نقطه‌گذاری دستی توسط پزشکان بهتر است (جدول (۳)).

ساختار این مقاله چنین است: در بخش دوم به بیان تعریف‌ها و مفهوماهای لازم برای مدل‌سازی شکل به روش آماری پرداخته ایم. در بخش سوم درباره‌ی کمینه‌سازی تابع ریسک برای برقراری تناظر سخن گفته ایم. در بخش چهارم روش پیشنهادی خود برای «برقراری تناظر»^۶ را مطرح کرده ایم. در بخش پنجم معیارهای ارزیابی را شرح داده ایم. در بخش ششم نتیجه‌های تجربی را آورده ایم. بخش هفتم ویژه‌ی نتیجه‌گیری است. در پیوست (الف) جزئیات پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی خود را آورده ایم.

^۱ High dimensional and low sample size data

^۲ Post-processing

^۳ Locality assumption

^۴ Reconstruction error

^۵ Retraining

^۶ Correspondence establishment

^۷ برای شکل‌های با مرز بسته، نقطه‌ی آغاز و پایان یکی است.

^۸ Shape generator model

بیرون کشیده شده اند. اگر توزیع $P(\mathbf{x})$ را در اختیار داشته باشیم، همین توزیع، یک مدل زاینده‌ی شکل است و می‌توان با نمونه‌برداری تصادفی از این توزیع، شکل‌های نو ایجاد کرد. از آنجا که نمونه‌برداری از توزیع P در حالت کلی دشوار است، معمول است که این توزیع با توزیع گاوسی با میانگین $\boldsymbol{\mu}$ و ماتریس کواریانس \mathbf{C} تقریب زده شود.

$$\tilde{\mathbf{x}} \sim N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{C}), \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\mu} := E_p[\mathbf{x}], \quad (3)$$

$$\mathbf{C} := E_p[(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T]. \quad (4)$$

با بهره‌گیری از «تجزیه به مقادارهای منفرد»^۷، ماتریس $\mathbf{C} = \mathbf{Q}\boldsymbol{\Lambda}\mathbf{Q}^T$ اینچنین تجزیه می‌شود که \mathbf{Q} ماتریس بردارهای ویژه و $\boldsymbol{\Lambda}$ ماتریس قطری است که درایه‌های روی قطر آن، مقادارهای ویژه‌ی ماتریس \mathbf{C} است. رتبه‌ی ماتریس کواریانس را با $1 \leq R \leq 2N_p$ نشان دهیم و ساختار زیر را برای مقادارهای ویژه‌ی ناصفر روی قطر $\boldsymbol{\Lambda}$ در نظر می‌گیریم

$$\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_K > \lambda_{K+1} = \dots = \lambda_R, \quad (5)$$

که λ_1 تا λ_R مقادارهای ویژه‌ی ناصفر ماتریس کواریانس \mathbf{C} است. در رابطه‌ی (۵) چنین فرض شده است که «رتبه‌ی مؤثر»^۸ ماتریس \mathbf{C} برابر با K است و ناصفر بودن باقی $R - K$ مقدار ویژه برآمده از خطا در برقراری تناظر (انتخاب تابع‌های شکل) یا انحراف توزیع P از توزیع $N(\boldsymbol{\mu}, \mathbf{C})$ است. طبق رابطه‌ی (۵)، بهترین گزینش آن است که مدل زاینده‌ی شکل تنها با K مد با مقادارهای ویژه‌ی بزرگتر ساخته شود و از باقی مددا صرف نظر شود. با این کار علاوه بر فشردن مدل، اثر نویز نیز در مدل زاینده‌ی ساخته شده کمینه می‌شود.

بردار حالت $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^K$ با K «بعد مؤثر»^۹ اینچنین به دست می‌آید

$$\mathbf{b} = \tilde{\mathbf{Q}}^T (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}), \quad (6)$$

که $\tilde{\mathbf{Q}} := \mathbf{Q}_{:,1:K}$ از نگه داشتن K ستون نخست ماتریس \mathbf{Q} ساخته شده است. طبق رابطه‌ی (۶) و با فرض توزیع گاوسی برای بردار \mathbf{x} ، بردار حالت \mathbf{b} توزیع گاوسی با میانگین $\mathbf{0}$ و ماتریس کواریانس $\boldsymbol{\Lambda}$ دارد. بنابراین، به ازای هر $k = 1, \dots, K$ ، مقدار b_k را که k امین درایه‌ی بردار حالت است می‌توان مستقل از دیگر بعدها طبق توزیع $N(0, \lambda_k)$ به دست آورد. بر این اساس، مدل زاینده‌ی شکل طبق رابطه‌ی (۷) به دست می‌آید

$$\mathbf{x} = \tilde{\mathbf{Q}}\mathbf{b} + \boldsymbol{\mu}. \quad (7)$$

برای یک تناظر مشخص برای مجموعه‌ای از نقاط مرزی شکل‌ها، مجموعه‌ی آموزشی S را در اختیار داریم. با برداشتن N_p نقطه از هر یک از تابع‌های شکل، بردارهای شکل $\boldsymbol{\xi}_n \in \mathbb{R}^{2N_p}$ که $n = 1, \dots, N_s$ ، طبق رابطه‌ی (۱) به دست می‌آید

$$\boldsymbol{\xi}_n = \left[\mathbf{s}_n(t_1)^T \quad \dots \quad \mathbf{s}_n(t_{N_p})^T \right]^T \quad (1)$$

$$. j = 1, \dots, N_p \text{ و } t_j := \frac{j-1}{N_p-1}$$

برای شکل‌ها سه درجه‌ی آزادی «جابجایی»^۱، «چرخش»^۲ و «اندازه»^۳ در نظر گرفته می‌شود. بدین معنی که شکل با تغییر مقدار مقدار برای هر یک از این سه درجه‌ی آزادی به شکل جدیدی تبدیل نمی‌شود. مناسب است که برای هر یک از بردارهای شکل مجموعه‌ی آموزشی این سه درجه‌ی آزادی به گونه‌ای گزینش شود که فاصله‌ی بردارهای شکل، نسبت به یکدیگر کاهش یابد و بردارهای شکل مجموعه‌ی آموزشی، ناحیه‌ی کوچک‌تری را در فضای $2N_p$ بعدی اشغال کند. با این کار با «مشکل بالا بودن ابعاد»^۴ برخورد می‌شود.



شکل (۳): خروجی‌های یک مدل برای ریه‌ی سمت راست. ریه‌ی با خط ستبر پیوسته برای مقدار آغازین پارامتر نخست مدل به دست آمده است. ریه‌ی با خط ستبر بریده برای مقدار پایانی پارامتر نخست ساخته شده است. خط‌های نازک سبز رنگ نیز هستی‌یافته‌های ریه به ازای مقادارهای میانی پارامتر نخست هستند.

برای از بین بردن این سه درجه‌ی آزادی می‌توان از الگوریتم «تراز پروکراس‌تس گسترش یافته»^۵ [۱۵] بهره جست. پس از «تراز کردن»^۶ بردارهای مجموعه‌ی آموزشی $\{\boldsymbol{\xi}_n\}_{n=1}^{N_s}$ به بردارهای مجموعه‌ی آموزشی تراز شده‌ی $D = \{\mathbf{x}_n\}_{n=1}^{N_s}$ تبدیل می‌شوند. چنین فرض می‌کنیم که بردارهای مجموعه‌ی آموزشی از بردار تصادفی $\mathbf{x} \in \mathcal{X}$ با توزیع ثابت $P(\mathbf{x})$ ، همگی مستقل از یکدیگر

^۱Translation^۲Rotation^۳Scale^۴Curse of dimensionality^۵Generalized Procrustes Alignment^۶AlignmentSingular Value Decomposition (SVD) ^۷Effective rank ^۸Effective dimension ^۹

C به دست می‌آید^۴. تخمین K را با \hat{K} نشان می‌دهیم. در این صورت مدل تقریبی زایندهی شکل که از مجموعه‌ی آموزشی D یاد گرفته شده است، به صورت زیر به دست می‌آید

$$\mathbf{x} = \mathbf{Q}\hat{\mathbf{b}} + \hat{\boldsymbol{\mu}}, \quad (11)$$

که $\hat{\mathbf{Q}} := \hat{\mathbf{Q}}_{:,1:\hat{K}}$ و $\hat{\mathbf{b}} \sim N(\mathbf{0}, \hat{\boldsymbol{\Lambda}})$ و $\hat{\boldsymbol{\Lambda}} := \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_{1:\hat{K},1:\hat{K}}$. توجه شود که در ادبیات موضوع، برای پیدا کردن بعدهای اساسی مدل تحلیل سازه‌ی اساسی از معیار ۹۵ درصد توان استفاده کرده اند^۵. معیار ۹۵ درصد توان که از روی مقادارهای ویژه محاسبه می‌شود مبنای نظری ندارد [۵]، [۶]، [۷]، [۸] و [۱۵]. به همین دلیل در این مقاله از الگوریتم EEE برای تخمین تعداد مدهای مدل استفاده کرده‌ایم که دارای مبانی نظری است و مبتنی بر تخمین رتبه‌ی مؤثر ماتریس کواریانس است.

در این بخش فرض کرده ایم که تناظر بین شکل‌ها یا به طور معادل، تابع‌های شکل به کار رفته در مجموعه‌ی آموزشی، ثابت است. این در حالی است که هدف در این مقاله، پیدا کردن تناظر مناسب یا به طور معادل، تابع‌های شکل مناسب است. در بخش بعد به این مهم می‌پردازیم.

۳- کمینه‌سازی تابع ریسک تجربی تنظیم‌شده

در بخش پیشین نشان دادیم که با در اختیار داشتن یک تناظر مشخص بین شکل‌های مجموعه‌ی آموزشی، مدل تقریبی تحلیل سازه‌ی اساسی برای تولید شکل‌های تازه ساخته می‌شود. در این بخش، با تعریف یک تابع ریسک برای مدل زایندهی شکل و کمینه کردن آن، تناظر یا همان تابع‌های شکل مناسب ساخته می‌شود

$$D_s^* = \operatorname{argmin}_{D_s} F(\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_{\hat{R}}), \quad (12)$$

که در رابطه‌ی بالا D_s مجموعه‌ی آموزشی شکل‌ها با تناظر دلخواه است و D_s^* مجموعه‌ی آموزشی با تناظری است که تابع ریسک تجربی $F(\hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_{\hat{R}})$ را کمینه می‌کند. توجه کنید که \hat{R} ، $\hat{\lambda}_1$ تا $\hat{\lambda}_{\hat{R}}$ همگی تابعی از تابع‌های شکل درون مجموعه‌ی آموزشی D_s است. بر اساس بهینه‌سازی رابطه‌ی (۱۲) مجموعه‌ی آموزشی D_s^* دارای تناظر بهینه است. انتخاب تابع ریسک تجربی F در برقراری تناظر، نقش اساسی دارد. در ادامه به معرفی دو نمونه از مشهورترین تابع‌های ریسک مبتنی بر مقادارهای ویژه‌ی ماتریس کواریانس می‌پردازیم.

^۴ در مرجع یاد شده، اسدی و سیف اثبات سازگاری الگوریتم EEE را برای مسأله‌ی شمارش منابع آورده اند، اما گسترش اثبات آن‌ها به شرایط بیان شده در رابطه‌های (۵) و (۶) آنی است.

^۵ در رابطه‌ی (۲۳) از بخش ۵ همین مقاله، به ازای مقدار β برابر با ۰.۹۵، به معیار ۹۵ درصد توان می‌رسیم. بر اساس این معیار، آن تعداد از مدهای با واریانس بزرگ‌تر از مدل تحلیل سازه‌ی اساسی را نگه می‌دارند که ۹۵ درصد از واریانس کل را در برگیرد.

به مدل زاینده‌ی رابطه‌ی (۷) «مدل تحلیل سازه‌ی اساسی»^۱ گفته می‌شود [۵]، [۶]، [۱۵]، و [۱۶]. بردار حالت \mathbf{b} ورودی مدل زاینده و بردار $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{2N_p}$ خروجی مدل زاینده است. توجه کنید که با درون‌یابی (خطی) نقطه‌های داخل بردار \mathbf{x} می‌توان مدل زاینده‌ی شکل پیوسته‌ی $\mathbf{g}(\cdot, \mathbf{b})$ را برای هر انتخاب بردار حالت ایجاد کرد.

با توجه به فرض توزیع گاوسی برای بردار \mathbf{b} ، هرچه این بردار از مبدا دورتر باشد، احتمال رخداد شکل حاصل از این انتخاب کاهش می‌یابد و احتمال ناروایی شکل افزایش پیدا می‌کند. به همین دلیل معمولاً برای $k = 1, \dots, K$ ، مقدار b_k را از بازه‌ی $[-\alpha\sqrt{\lambda_k}, \alpha\sqrt{\lambda_k}]$ انتخاب می‌کنند که α ثابت مثبتی است که به طور تجربی انتخاب می‌شود. به بازه‌ی یاد شده، «گستره‌ی محتمل»^۲ گفته می‌شود.

در رابطه‌ی (۷)، مدل تحلیل سازه‌ی اساسی با دانسته فرض کردن توزیع P به دست آمد که در عمل شدنی نیست و صرفاً مجموعه‌ی داده‌ی D را در اختیار داریم. با این حال می‌توان بردار شکل میانگین و ماتریس کواریانس را با این مجموعه‌ی داده تقریب زد

$$\hat{\boldsymbol{\mu}} := \frac{1}{N_p} \sum_{n=1}^{N_s} \mathbf{x}_n, \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{C}} := \frac{1}{N_p} \sum_{n=1}^{N_s} (\mathbf{x}_n - \hat{\boldsymbol{\mu}})(\mathbf{x}_n - \hat{\boldsymbol{\mu}})^T, \quad (9)$$

که $\hat{\boldsymbol{\mu}}$ و $\hat{\mathbf{C}}$ به ترتیب، تقریب‌هایی سازگار از $\boldsymbol{\mu}$ و \mathbf{C} است. مانند آنچه پیش‌تر آمد، تجزیه به مقادارهای منفرد $\hat{\mathbf{C}} = \hat{\mathbf{Q}}\hat{\boldsymbol{\Lambda}}\hat{\mathbf{Q}}^T$ است. ولی برای مقادارهای ویژه‌ی ماتریس کواریانس نمونه‌ی $\hat{\mathbf{C}}$ دیگر خاصیت رابطه‌ی (۵) برقرار نیست. تنها می‌توان گفت که $\hat{\mathbf{C}}$ دارای رتبه‌ی $1 \leq \hat{R} \leq \min\{2N_p, N_s\}$ است و درایه‌های ناصفر ماتریس قطری $\hat{\boldsymbol{\Lambda}}$ به صورت زیر است

$$\hat{\lambda}_1 \geq \dots \geq \hat{\lambda}_{\hat{R}}. \quad (10)$$

این در حالی است که برای ساختن مدل زاینده‌ی مشابه با رابطه‌ی (۷) نیازمند تخمینی از رتبه‌ی مؤثر ماتریس کواریانس نمونه‌ی $\hat{\mathbf{C}}$ هستیم. اسدی و سیف [۱۷] راه حلی را با نام «تخمین آنتروپی مقادارهای ویژه»^۳ (EEE) برای این چالش پیشنهاد کرده اند. در این روش، با فرض برقراری شرط رابطه‌ی (۵) و با در اختیار داشتن مقادارهای ویژه‌ی ماتریس کواریانس نمونه‌ی $\hat{\mathbf{C}}$ در رابطه‌ی (۱۰)، تخمینی سازگار از رتبه‌ی مؤثر ماتریس کواریانس

^۱ Principal Component Analysis (PCA) model

^۲ Likely range

^۳ Entropy Estimation of Eigenvalues

و با کمک الگوریتم EEE مقادیرهای نظری مناسبی را برای این ثابت‌ها به دست می‌آوریم.

۴- برقراری تناظر با بهره‌گیری از تخمین آنتروپی مقادیر ویژه

گفتار را با یک بررسی ساده پی می‌گیریم. فرض کنید ماتریس کواریانس بردارهای شکل در اختیار باشد و بنابراین، از مقادیرهای ویژه‌ی ماتریس کواریانس بتوان برای برقراری تناظر بهره گرفت. پارامتر ε در رابطه‌ی (۱۳) را برابر با صفر قرار داده و پارامتر τ در رابطه‌ی (۱۵) را به گونه‌ای کوچک کنید که در هنگام کمیته‌سازی ریسک F_{DL} ، شرط‌های $\lambda_r < \tau$ به ازای $r = 1, \dots, R$ هیچ‌گاه برقرار نشود. در چنین شرایطی کمیته‌سازی هریک از دو تابع ریسک F_D و F_{DL} معادل با کمیته‌سازی تابع ریسک زیر است

$$F_{eq} := \prod_{r=1}^R \lambda_r. \quad (16)$$

از رابطه‌ی (۱۶) مشخص است که اگر یکی از مقادیرهای ویژه به صفر میل کند، تابع ریسک $F_{eq} = 0$ می‌شود و جستجو برای یافتن تناظر درست متوقف می‌شود. پارامترهای ε و τ برای این در نظر گرفته شده اند که نتیجه‌ی بهینه‌سازی، سرتاسر، وابسته به مقادیرهای ویژه‌ی کوچک نباشد. حال این سؤال مطرح می‌شود که چه مقادیرهای ویژه‌ای را کوچک تلقی کنیم.

بر اساس ساختار فرض شده در رابطه‌ی (۱۵)، با انتخاب $\varepsilon = \tau = \lambda_R$ دیگر با صفر شدن برخی از مقادیرهای ویژه، جستجو برای یافتن تناظر درست متوقف نخواهد شد. واریانس نویز مدل‌سازی را به صورت $\sigma^2 := \lambda_R$ تعریف می‌کنیم. بر اساس این تعریف، مقدار مناسب برای ε و τ همان واریانس نویز است. اما در عمل σ^2 قابل محاسبه نیست چراکه ماتریس کواریانس در اختیار نیست.

می‌توان با استفاده از مقادیرهای ویژه‌ی ماتریس کواریانس نمونه و تخمین رتبه‌ی مؤثر ماتریس کواریانس نمونه، مقدار σ^2 را با $\hat{\sigma}^2$ تخمین زد.

$$\hat{\sigma}^2 := \frac{1}{\hat{R} - \hat{K}} \sum_{r=\hat{K}+1}^{\hat{R}} \hat{\lambda}_r, \quad (17)$$

که \hat{K} با استفاده از الگوریتم EEE در رابطه‌ی (۱۸) به دست آمده است.

$$\hat{K} = \operatorname{argmin}_{1 \leq r < \hat{R}} \left(\hat{H}(\hat{\lambda}_{r+1}, \dots, \hat{\lambda}_{\hat{R}}) - \hat{H}(\hat{\lambda}_r, \dots, \hat{\lambda}_{\hat{R}}) \right), \quad (18)$$

که $\hat{H}(\cdot)$ تخمین‌گر آنتروپی است که با استفاده از تابع «هسته»^۵ $\mathcal{K}_H: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ محاسبه شده است ([۱۷] را ببینید)

در [۵]، ریسک «دترمینان ماتریس کواریانس تنظیم‌شده»^۱ به کار گرفته شده است که آن را در رابطه‌ی (۱۳) با F_D نشان داده‌ایم.

$$F_D := \sum_{r=1}^{\hat{R}} \log(\hat{\lambda}_r + \varepsilon) \quad (13)$$

همان‌طور که در رابطه‌ی (۱۳) مشاهده می‌شود، به مقادیرهای ویژه‌ی این ماتریس، پارامتر «ثابت تنظیم»^۲ $\varepsilon > 0$ افزوده می‌شود تا با شکل‌گیری کمیته‌های محلی مقابله شود. کمیته‌های محلی مانند نویزی که در اندازه‌گیری می‌تواند مایه‌ی خطا باشد، در بهینه‌سازی، ما را از رسیدن به تناظر درست بازمی‌دارد. بنابراین، برگزیدن مقدار دقیق این ثابت می‌تواند تناظر بهتری را نتیجه دهد. در [۷] تابع ریسک، بر پایه‌ی اصل «طول توصیف کمیته»^۳ محاسبه و پیشنهاد شده است. این تابع ریسک که در رابطه‌ی (۱۴) بیان شده است، از ساده‌سازی طول توصیف مورد نیاز برای فرستادن مدل تحلیل سازه‌ی اساسی و پارامترهای بردارهای شکل مجموعه‌ی آموزشی در یک کانال مخابراتی فرضی به دست آمده است.

$$F_{DL} := \sum_{r=1}^{\hat{R}} c_r, \quad (14)$$

که c_r طول توصیف مد r ام مدل تحلیل سازه‌ی اساسی است و بنا بر رابطه‌ی (۱۵) محاسبه می‌شود.

$$c_r = \begin{cases} 1 + \log\left(\frac{\hat{\lambda}_r}{\tau}\right), & \hat{\lambda}_r \geq \tau \\ \frac{\hat{\lambda}_r}{\tau}, & \hat{\lambda}_r < \tau \end{cases}, \quad (15)$$

که در رابطه‌ی (۱۵)، τ ثابت تنظیم مثبتی است که یکی از فرآیندهای این الگوریتم بهینه‌سازی است. معمول است که $\tau \approx 10^{-5}$ در نظر گرفته شود [۸]. در [۷] گفته شده است که این ثابت با «نویز چندی‌سازی»^۴ ارتباط دارد اما هیچ رابطه‌ی تحلیلی برای محاسبه‌ی آن پیشنهاد نشده است. علاوه بر این، می‌دانیم که نویزی که در یافتن تناظر درست با آن رو به رو هستیم، ناشی از انتخاب نادرست نقطه‌های نشانه روی مرز شکل است که با نویز چندی‌سازی کاملاً متفاوت است.

همان‌طور که پیش‌تر گفتیم، در دو روش برقراری تناظر که بر پایه‌ی دترمینان ماتریس کواریانس و طول توصیف کمیته است، دو ثابت ε و τ وجود دارد که در کارهای پیشین روش مناسبی برای تعیین آن‌ها پیشنهاد نشده است. در ادامه نشان خواهیم داد مقدار مناسب این ثابت‌ها به رتبه‌ی مؤثر ماتریس کواریانس وابسته است

^۱ Regularized determinant of covariance matrix

^۲ Regularization constant

^۳ Minimum Description Length (MDL)

^۴ Quantization noise

^۵ Kernel

۲. تخمین واریانس نویز در تکرار i ام را که با $\hat{\sigma}_i^2$ نشان می‌دهیم، طبق رابطه‌ی (۱۷) محاسبه و ذخیره می‌شود.

۳. $\hat{\sigma}_i^2$ به جای پارامتر تنظیم در تابع ریسک (۱۳) یا (۱۴) اعمال می‌شود.

مرحله‌ی دوم (بازآموزش):

جای‌گذاری مقدار متوسط $\hat{\sigma}^2 := \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \hat{\sigma}_i^2$ با استفاده از واریانس‌های نویز که در تکرارهای پله‌ی نخست به دست آمده است و اعمال این متوسط واریانس نویز به تابع ریسک (۱۳) یا (۱۴) و انجام دوباره‌ی بهینه‌سازی با این انتخاب.

الگوریتم پیشنهادی خود را با کمک کد طول توصیف کمینه که در [۱۹] و [۲۰] ایجاد شده است، پیاده‌سازی کرده‌ایم. این کد نسخه‌ی دوبعدی الگوریتم بهینه‌سازی شیب‌کاه است. برای استفاده از بهینه‌سازی شیب‌کاه باید مشتق تابع هزینه را نسبت به هریک از مقدارهای ویژه‌ی درون آن محاسبه کنیم. با ثابت در نظر گرفتن واریانس نویز تخمین زده شده $\hat{\sigma}_r^2$ ، مشتق‌های دو تابع ریسک طول توصیف کمینه و دترمینان ماتریس کواریانس به ترتیب برابر با رابطه‌ی (۲۰) و (۲۱) خواهد بود.

$$\frac{\partial F_{DL}}{\partial \hat{\lambda}_r} = \begin{cases} \frac{1}{\hat{\lambda}_r} & \hat{\lambda}_r > \hat{\sigma}^2 \\ \hat{\lambda}_r & \hat{\lambda}_r \leq \hat{\sigma}^2 \end{cases}, \quad (21)$$

$$\frac{\partial F_D}{\partial \hat{\lambda}_r} = \frac{1}{\hat{\lambda}_r + \hat{\sigma}^2}, \quad (22)$$

که $r = 1, \dots, \hat{R}$. با کمک مشتق‌های (۲۱) و (۲۲) می‌توان جهت کمینه‌شدن تابع ریسک را مشخص کرد. برای اطلاع از جزئیات بیشتر، فصل ۹ مرجع [۱۹] را ببینید.

۵- معیارهای ارزیابی

مدل شایسته باید سه ویژگی داشته باشد. نخست آنکه تعداد پارامترهای مورد نیاز مدل کم باشد تا به کارگیری مدل هزینه‌ی محاسباتی کمی داشته باشد. به این معیار، «فشرده بودن»^۴ گفته می‌شود. دوم اینکه خروجی‌های مدل شبیه به شکل‌های مجموعه‌ی آموزشی باشد و مدل خروجی‌های ناروا تولید نکند. به این معیار، «ویژه بودن»^۵ گفته می‌شود. سوم اینکه مدل باید بتواند شکل‌های خارج از مجموعه‌ی آموزشی را نیز به خوبی مدل کند و خطای بازسازی کمی داشته باشد. به این معیار، «خطای فراگیری»^۶ یا «خطای بازسازی»^۷ گفته می‌شود. در ادامه، به ترتیب، رابطه‌های

$$\hat{H}(y_1, \dots, y_M) := -\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \ln \left(\frac{1}{M} \sum_{l=1}^M \kappa_h(y_m - y_l) \right) \quad (19)$$

که در رابطه‌ی (۱۸) معمول است که از هسته‌ی گاوسی استفاده شود که طبق رابطه‌ی (۱۹) محاسبه می‌شود

$$\kappa_h(y) := \frac{1}{\sqrt{2\pi h}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{y}{h}\right)^2}, \quad (20)$$

که ثابت $h > 0$ پهنای هسته است و مقدار آن براساس واریانس نمونه برای مشاهده‌های y_1, \dots, y_M تعیین می‌شود.^۱ در [۱۷] سازگاری الگوریتم EEE اثبات شده است. از سازگاری الگوریتم EEE نتیجه می‌شود که تخمین پیشنهاد شده در رابطه‌ی (۱۷) نیز سازگار است. براساس این تخمین از واریانس نویز می‌توانیم الگوریتم جدیدی را برای یافتن تناظر پیشنهاد دهیم.

الگوریتمی که برای یافتن تناظر درست پیشنهاد می‌کنیم در جدول (۱) آورده شده است. در مرحله‌ی اول (پیش‌پردازش)، با استفاده از «بهینه‌سازی شیب‌کاه»^۲ [۱۸] و تابع ریسک رابطه‌ی (۱۳) یا (۱۴)، بهینه‌سازی در حالی انجام می‌شود که در هر تکرار الگوریتم، تخمین واریانس نویز در رابطه‌ی (۱۷) به تابع ریسک اعمال می‌شود. سپس بین هم‌همی تخمین‌های واریانس نویز به دست آمده، متوسط عددی گرفته می‌شود. در مرحله‌ی دوم (بازآموزش)، با جایگذاری متوسط تخمین‌های واریانس نویز در تابع ریسک، دوباره بهینه‌سازی انجام می‌شود.

شکل (۸) نمایشی از الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد. در مرحله‌ی پیش‌پردازش، در هر تکرار بهینه‌سازی، ثابت به کار رفته برای مقابله با نویز بهینه‌سازی با مقدار واریانس لحظه‌ای $\hat{\sigma}_i^2$ به روز می‌شود و این کار تا توقف جستجو ادامه خواهد یافت. توقف جستجو یا با رسیدن به حداکثر تکرار I_{\max} محقق می‌شود، یا آنکه اندازه‌ی اختلاف مقدار تابع هزینه در تکرار فعلی $(F^{(i)})$ با تکرار قبلی $(F^{(i-1)})$ کمتر از تیرانس t شده است.^۳

پس از اتمام مرحله‌ی پیش‌پردازش، مقدار متوسط واریانس‌های لحظه‌ای محاسبه می‌شود و بازآموزش با جایگزین کردن این مقدار متوسط به جای ثابت‌های بهینه‌سازی انجام می‌شود.

جدول (۱): الگوریتم برقراری تناظر با استفاده از تخمین آنتروپی مقدارهای ویژه

مرحله‌ی اول (پیش‌پردازش):
در هر تکرار $i = 1, \dots, I$ از بهینه‌سازی شیب‌کاه، که I عدد صحیح ثابت و بزرگ‌تر از ۱ است، سه گام زیر تا همگرایی کمینه‌سازی (۱۲) تکرار شود:

- رتبه‌ی مؤثر ماتریس کواریانس که با \hat{K}_i نشان می‌دهیم، با به کارگیری الگوریتم EEE محاسبه می‌شود (رابطه‌ی (۱۸)).

^۴Compactness

^۵Specificity

^۶Generalization error

^۷Reconstruction error

^۱ در پیوست (الف) درباره‌ی نحوه‌ی محاسبه‌ی h توضیح داده ایم.

^۲Gradient descent optimization

^۳ جزئیات انتخاب این پارامترها را در پیوست (الف) آورده ایم.

با به کارگیری شکل‌های زیرمجموعه‌ی آموزشی مدل ساخته می‌شود و با بهره‌گیری از شکل‌های مجموعه‌ی آزمایشی خطای بازسازی یا همان معیار خطای فراگیری محاسبه می‌شود.^۱

چگونگی روش‌های مدل‌سازی مختلف را بر مجموعه‌ی داده‌ی SCR^۲ [۲۱] ارزیابی کرده ایم. در مجموعه‌ی داده‌ی SCR^۲ قالب‌های^۳ اندام‌های درون تصویرهای پرتونگاری^۴ قفسه سینه از پایگاه داده‌ی JSRT^۵ [۲۲] ساخته شده است. شکل (۴) یکی از تصویرهای موجود در پایگاه داده‌ی JSRT و تصویر عضوهای بخش‌بندی شده را که در مجموعه‌ی داده‌ی SCR وجود دارد، نشان می‌دهد. ۱۵۴ تصویر دارای پیشوند JPCLN از این مجموعه را برای یادگیری و ساخت مدل شکل به روش آماری به کار برده ایم.

در نمودارهای پیش رو، روش طول توصیف کمینه را «برقراری تناظر به روش طول توصیف کمینه»^۶ می‌نامیم. برای توضیح نمودارها و جدول‌ها از نام کوتاه‌شده‌ی «طول توصیف» استفاده می‌کنیم. الگوریتم پیشنهادی خود برای تخمین واریانس نویز در تابع ریسک دترمینان ماتریس کواریانس را «برقراری تناظر به روش تخمین آنتروپی مقدارهای ویژه‌ی گونه‌ی نخست»^۷ می‌نامیم. نام کوتاه شده‌ی این روش «دترمینان شمارشی» است و در شکل‌ها CE-EEE1 نامگذاری شده است. دیگر الگوریتم پیشنهادی خود را که از تخمین واریانس نویز در تابع ریسک طول توصیف کمینه استفاده می‌کند، «برقراری تناظر به روش تخمین آنتروپی مقدارهای ویژه‌ی گونه‌ی دوم»^۸ می‌نامیم. نام کوتاه‌شده‌ی این روش «طول توصیف شمارشی» است و در شکل‌ها CE-EEE2 نامگذاری شده است.

برای هماهنگی با نتیجه‌هایی که در [۱۳] به دست آمده است، پارامتر α برای گزینش گستره‌ی محتمل، و پارامتر β برای هرس مدل تحلیل سازه‌ی اساسی طبق معیار فشرده بودن را به ترتیب برابر با ۲٫۵ و ۰٫۹۵ در نظر می‌گیریم. همچنین تعداد نقطه‌ها از هر اندام را طبق [۲۱] در نظر گرفته ایم. پس از برقراری تناظر، نیمی از تابع‌های شکل را برای ایجاد مدل زاینده و نیم دیگر را برای اندازه‌گیری خطای بازسازی به کار برده ایم.

در نمودارهایی که برای ارزیابی روش‌های برقراری تناظر ترسیم شده اند، G نماد معیار خطای فراگیری یا خطای بازسازی است. S نماد معیار ویژه بودن است، و \bar{n}_m مقدار متوسط‌گیری شده‌ی معیار فشرده بودن، برای ۱۰۰ بُرخوردگی از مجموعه‌ی آموزشی است.

^۱ در پیوست (الف) جزئیات پیاده‌سازی آورده شده است.

^۲ <https://www.isi.uu.nl/Research/Databases/SCR/Masks>

^۳ Radiography

^۴ <http://db.jsrt.or.jp/eng.php>

^۵ Correspondence Establishment by MDL (CE-MDL)

^۶ Correspondence Establishment by EEE type 1 (CE-EEE1)

^۷ CE-EEE2

مربوط به هر یک از این سه معیار را بیان می‌کنیم. هر کدام از این سه معیار که در ادامه معرفی می‌شود، کمتر بودنشان به معنای بهتر بودن مدل ساخته شده است. رابطه‌هایی که در ادامه می‌آید از مرجع [۶] استخراج شده است.

معیار فشرده بودن طبق رابطه‌ی (۲۳) محاسبه می‌شود

$$n_m := \min_{n \in \mathbb{N}_R} n \quad (23)$$

که در رابطه‌ی بالا، $\beta \in [0, 1]$ ثابت مثبتی است که درصدی از واریانس کل را که مدل شکل باید حفظ کند، مشخص می‌کنید. معمول است که β برابر با ۰٫۹۵ یا ۰٫۹۸ در نظر گرفته شود. همچنین $\mathbb{N}_K := \{1, 2, \dots, K\}$ هرچه مقدار n_m کمتر باشد (در صورتی که کیفیت مدل از نظر دو معیار دیگر حفظ شده باشد)، بهتر است، چرا که مدل، به تقریب، با تعداد پارامترهای کمی در فضای تحلیل سازه‌ی اساسی قابل بیان است.

معیار ویژه بودن طبق رابطه‌ی (۲۴) محاسبه می‌شود

$$S := \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \min_{i \in \mathbb{N}_S} \|\mathbf{x}'_j - \mathbf{x}_i\|^2, \quad (24)$$

که

$$\mathbf{x}'_j := \hat{\boldsymbol{\mu}} + \hat{\mathbf{Q}}\mathbf{b}'_j, \quad (25)$$

که در رابطه‌ی (۲۵)، بردارهای پارامتر $\{\mathbf{b}'_j\}_{j=1}^N$ به صورت مستقل از یکدیگر از توزیع گاوسی و ماتریس کواریانس $\hat{\boldsymbol{\Lambda}}$ بیرون کشیده شده است. کوچک بودن معیار ویژه بودن مطلوب است، چرا که به معنای آن است نمونه‌های جدید از توزیع گاوسی نزدیک به مجموعه‌ی آموزشی است.

در رابطه‌ی (۲۶) معیار خطای بازسازی یا خطای فراگیری آورده شده است

$$G \triangleq \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \|\mathbf{y}'_j - \mathbf{y}_j\|^2, \quad (26)$$

که $\{\mathbf{y}'_j\}_{j=1}^M$ مجموعه‌ی بردارهای شکل آزمون است که پس از برقراری تناظر ایجاد شده اند اما برای ساخت مدل شکل از آن‌ها استفاده نکرده اند و $\{\mathbf{y}_j\}_{j=1}^M$ نسخه‌های بازسازی شده (رابطه‌های (۶) و (۷) را ببینید) از بردارهای شکل آزمون با مدل تحلیل سازه‌ی اساسی است. کوچک بودن خطای بازسازی مطلوب است چرا که به معنای آن است که مدل توانسته است شکل‌های نادیده را با خطای کم بازسازی کند.

۶- ارزیابی تجربی

الگوریتم پیشنهادی خود را با کمک کد طول توصیف کمینه که در [۱۹] و [۲۰] ایجاد شده است، پیاده‌سازی کرده ایم. با روش محاسبه‌ای که در [۱۳] انجام شده است، پس از برقراری تناظر، شکل‌ها را به دو زیرمجموعه‌ی آموزشی و آزمایشی تقسیم می‌کنیم.

روش‌ها به ترتیب مشخص‌کننده‌ی معیارهای خطای بازسازی، ویژه بودن، و فشرده بودن است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، روش پیشنهادی CE-EEE2 که بر معیار طول توصیف کمینه اعمال شده است، از نظر ویژه بودن بهترین عمل‌کرد را دارد و در مدل چنداندامی، تفاوت معناداری از نظر خطای بازسازی و فشرده بودن با دیگر روش‌ها ندارد.

در جدول (۳)، پس‌پردازش پیشنهادی در [۱۳] به دو روش CE-EEE1 و CE-EEE2 اعمال شده است و نتیجه با اعمال پس‌پردازش یاد شده به تناظر مشخص شده توسط پزشکان (که در [۱۳] نیز گزارش شده است) مقایسه شده است. دو روش پیشنهادی CE-EEE1 و CE-EE2 را پس از اعمال پس‌پردازش، به ترتیب Locality-CE-EEE1 و Locality-CE-EEE2 نامیده ایم، روشی را که در [۱۳] ارائه شده است و از نقطه‌گذاری دستی پزشکان استفاده می‌کند، Locality-SSM نامیده ایم. با مقایسه‌ی جدول (۲) و (۳) مشخص می‌شود، استفاده از این پس‌پردازش خطای قابلیت تعمیم در دو روش پیشنهادی را کاهش داده است. علاوه بر این، از جدول (۳) مشخص می‌شود که دو روش پیشنهادی از نظر معیار ویژه بودن بر روش مبتنی بر تناظر دستی در [۱۳] برتری دارد.

در نهایت در جدول (۴)، تعداد تکرارها برای بهینه‌سازی برای دو روش پیشنهادی ما و روش طول توصیف کمینه مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، در الگوریتم پیشنهادی ما برای کمینه‌سازی طول توصیف کمینه، تعداد تکرارها به طور قابل توجهی کمتر از روش طول توصیف کمینه با آستانه‌ی تجربی است.

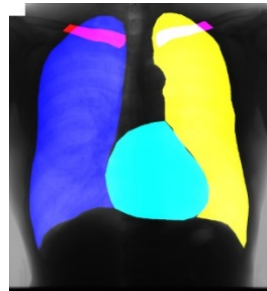
۷- نتیجه‌گیری و کارهای پیش رو

هدف از نگارش این مقاله، پیشنهاد روشی برای بهبود ساخت مدل‌های شکل به روش آماری بوده است. برای ایجاد این بهبود به مسأله‌ی نوین موجود در مدل‌سازی شکل پرداخته شده است. با بهره‌گیری از الگوریتم تخمین آنتروپی مقادیرهای ویژه (EEE)، الگوریتمی را برای تخمین ثابت‌های تنظیم در تابع‌های ریسک مدل‌های زاینده شکل پیشنهاد کردیم.

روش پیشنهادی از نظر معیار ویژه بودن بر برقراری تناظر با روش طول توصیف کمینه که از مقداری تجربی را به عنوان آستانه نوین در نظر می‌گیرد، برتری دارد. همچنین پس‌پردازشی که در [۱۳] برای بهبود قابلیت تعمیم پیشنهاد شده بود، به کار بردیم و در مقایسه با نتایج [۱۳] همچنان تناظر ایجاد شده با الگوریتم پیشنهادی ما از نظر معیار ویژه بودن برتری داشته است. از آنجا که در [۱۳] برای برقراری تناظر از نقطه‌گذاری پزشکان استفاده شده است و با توجه به اینکه که الگوریتم پیشنهادی ما در مقایسه با [۱۳]، پس از اعمال پس‌پردازش نیز بهتر عمل کرده است، مشخص می‌شود که تناظر برقرار شده با روش پیشنهادی ما بهتر از نقطه‌گذاری دستی توسط پزشکان بوده است. علاوه بر این،

با پشت سرهم چیدن نقطه‌های بردارهای شکل پنج اندام موجود در پایگاه داده‌ی SCR، بردارهای شکل بزرگ‌تری را برای ساخت مدل ایجاد می‌کنیم. به چنین مدلی، مدل چنداندامی^۱ گفته می‌شود. شکل (۵) نمایی از مدل تک اندامی و پس اندامی را در فضای دوبعدی نشان می‌دهد. استفاده از مدل چنداندامی می‌تواند کارایی الگوریتم‌های بخش‌بندی را بهبود بخشد.

در شکل (۶) روش پیشنهادی خود را با روش طول‌توصیف مقایسه کرده ایم. همان‌طور که مشاهده روش‌های پیشنهادی ما از نظر ویژه بودن بهتر اند و از نظر فشرده بودن و خطای بازسازی، کارایی مشابه با طول توصیف دارند.

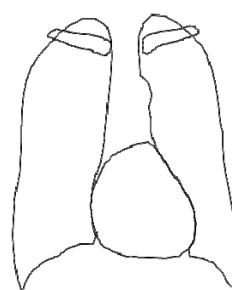


(ب)



(الف)

شکل (۴): (الف) تصویر اصلی در پایگاه داده‌ی JSRT [۲۲] با نام JPCLN001. (ب) پنج قالب ریه‌ی راست و چپ، ترقوه‌ی راست و چپ و قلب که در پایگاه‌های داده‌ی SCR [۲۱] موجود است و همه‌ی این قالب‌ها را در این تصویر روی هم انداخته‌ایم.



(ب)



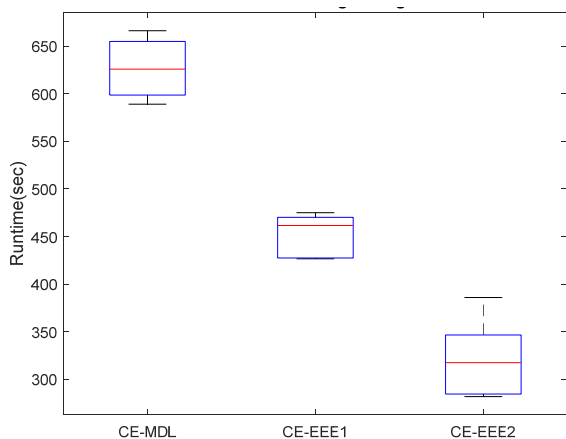
(الف)

شکل (۵): (الف) تصویر نگاشته شده از روی بردار شکل ریه‌ی راست (مدل تک اندامی). (ب) تصویری از مدل پس اندامی.

در شکل (۷) مشاهده می‌کنید زمان اجرای روش پیشنهادی ما با هر دو تابع ریسک کمتر از روش طول توصیف است. هر نمودار جعبه‌ای از ۱۰ زمان اجرای مختلف ساخته شده است اندازه‌گیری‌های زمان اجرا در رایانه‌ی ۶۴ بیتی اینتل core i5 فرکانس ۲٫۵ گیگاهرتز و حافظه‌ی نصبی ۴ گیگابایت انجام شده است.

در جدول (۲)، مقایسه‌ی دو روش پیشنهادی CE-EEE1 و CE-EEE2 را با روش CE-MDL برای مجموعه‌های داده‌ی مختلف که از تصویرهای رادیوگرافی قفسه‌ی سینه به دست آمده است، مشاهده می‌کنید. حرف‌های G، S، و C در ابتدای نام

^۱Multi-organ



شکل (۷) مقایسه‌ی زمان اجرای سه روش طول توصیف کمینه، درمیان شمارشی، و طول توصیف شمارشی برای مجموعه‌ی داده‌ی ریه‌ی راست.

پیوست (الف): جزئیات پیاده‌سازی الگوریتم‌های

پیشنهادی

ما برای الگوریتم پیشنهادی خود از پیاده‌سازی دو بُعدی بهینه‌سازی طول توصیف کمینه [۱۹] و [۲۰] استفاده کرده ایم. در کد موجود در [۲۰]، بر اساس پیشنهاد مرجع [۸]، مقدار λ_{cut} برابر با 10^{-5} در نظر گرفته شده است.

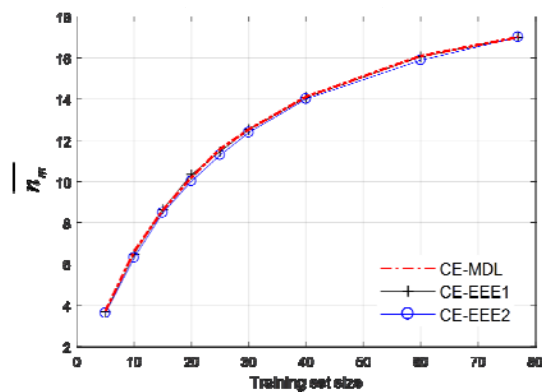
طبق آنچه که در فصل ۹ مرجع [۱۹] آمده است، در کد [۲۰] ابتدا نقاط شکل‌های با مرز بسته به دایره‌ی واحد نگاشت داده می‌شود. سپس گرادیان تابع هزینه‌ی طول توصیف کمینه برحسب جابجایی نقاط روی دایره‌ی واحد محاسبه می‌شود. سپس موقعیت نقاط روی دایره در جهتی که بیشترین کاهش در گرادیان تابع هزینه را ایجاد می‌کند، جابه‌جا می‌شود. این روند تا آنجا تکرار می‌شود که یا بیشترین تعداد تکرار سپری شود یا آنکه مقدار کاهش در تابع هزینه کمتر از یک تیرانس از پیش تعیین شده کمتر شده باشد.

در پیاده‌سازی [۲۰] از الگوریتم L-BFGS برای یافتن نقاط کمینه استفاده شده است. الگوریتم L-BFGS برای یافتن کمینه‌ی محلی تابع‌های غیرمحدب کاربرد دارد. همان‌طور که قبل‌تر گفته شد، در بهینه‌سازی تابع ریسک طول توصیف کمینه و درمیان ماتریس کواریانس اگر پارامترهای تنظیم به درستی انتخاب نشود، امکان توقف جستجو در کمینه‌های محلی نامناسب وجود دارد. مزیت الگوریتم پیشنهادی ما در استفاده از تخمینی سازگار برای پارامترهای تنظیم این تابع‌های هزینه و کاهش احتمال توقف جستجو در کمینه‌های محلی نامناسب است.

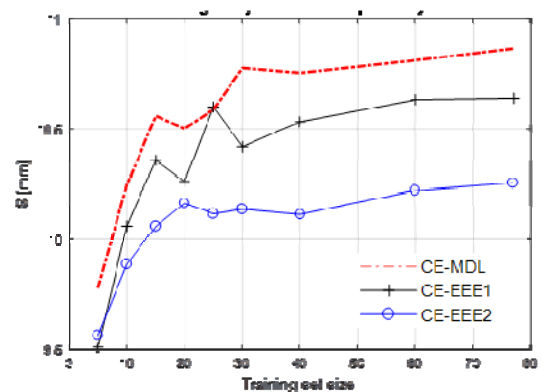
همان‌طور که پیش‌تر گفته شد، برای تخمین واریانس نویز نیاز داریم که تعداد ابعاد واقعی مدل شکل تحلیل سازه‌ی اساسی را بیابیم. برای این کار از الگوریتم EEE در رابطه‌ی (۱۸) کرده ایم. در تخمین آنتروپی مشاهده‌ها در رابطه‌ی (۱۸) از هسته‌ی گاوسی استفاده کرده ایم و پهنای باند هسته را طبق [۱۷] برابر با

استفاده از روش پیشنهادی ما تعداد تکرارها در بهینه‌سازی و زمان اجرای الگوریتم طول توصیف کمینه را به طور قابل توجهی کاهش داده است.

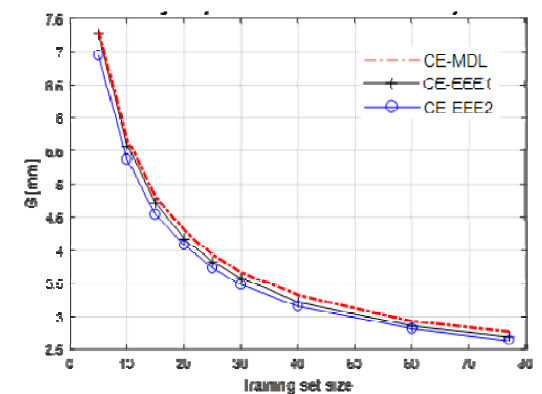
تعمیم روش پیشنهادی برای مدل‌سازی شکل‌های سه‌بعدی و استفاده از روش یاد شده در شبکه‌های ژرف با هدف استنتاج از تصویر و یا بخش‌بندی، از کارهای پیش رو است.



الف) فشرده بودن



ب) ویژه بودن



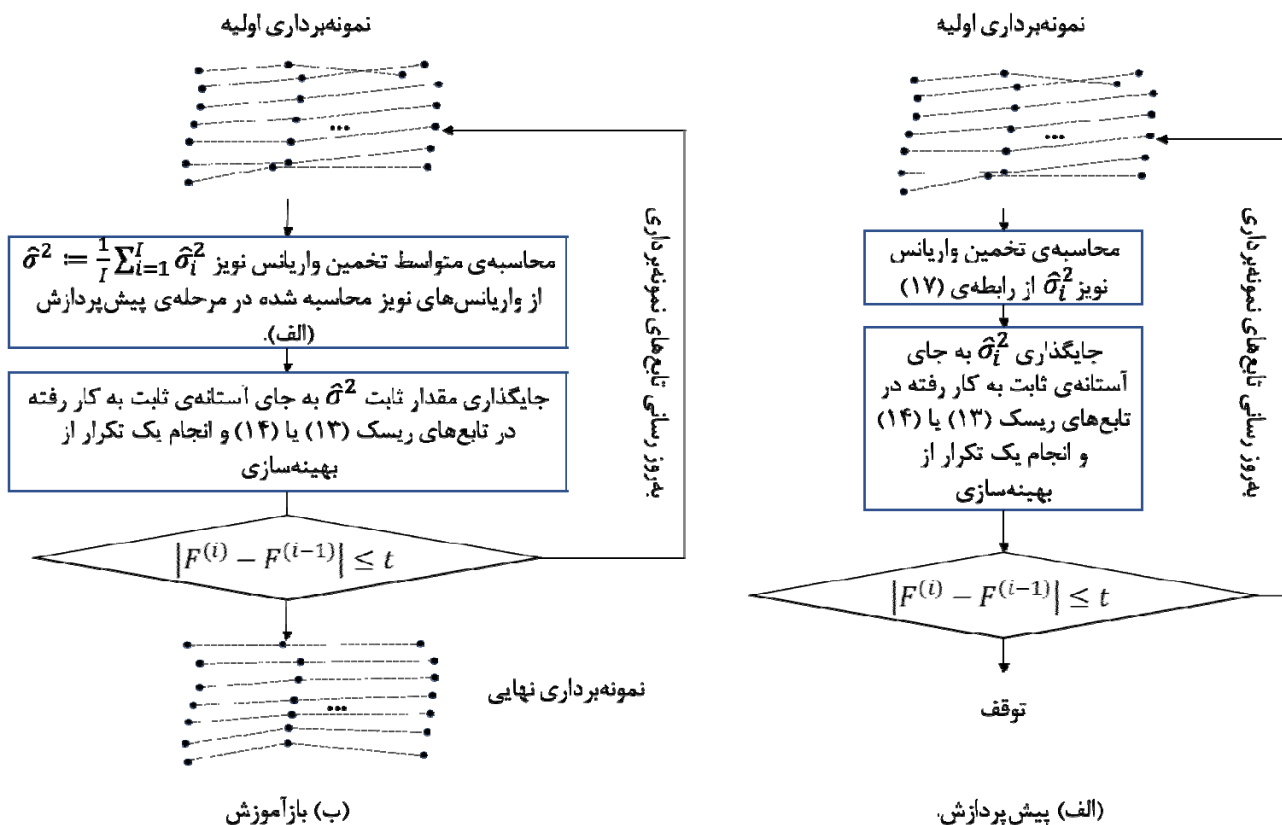
ج) خطای بازسازی

شکل (۶): مقایسه دو روش پیشنهادی برقراری تناظر طول توصیف شمارشی و درمیان شمارشی، با روش برقراری تناظر بر پایه‌ی طول توصیف کمینه برای مدل چنداندازی.

جستجو را برابر با 10^{-2} در نظر گرفته ایم. باقی تنظیم‌ها را همان مقادیرهای پیش‌فرض در کد [۲۰] قرار داده ایم. برای پیاده‌سازی الگوریتم پیشنهادی خود نیز مشابه با آنچه که گفته شد، عمل کرده ایم و صرفاً مقدار آستانه را مطابق با روش پیشنهادی خود تعیین می‌کنیم.

برای محاسبه‌ی معیارهای ارزیابی دقیقاً مطابق با تنظیم‌های مرجع [۱۳] عمل کرده ایم. مقدار α در بازه‌ی محتمل را برابر با ۲,۵ و مقدار β برای محاسبه‌ی معیار فشرده بودن را برابر با ۰,۹۵ در نظر گرفته ایم. برای محاسبه‌ی خطای بازسازی ابتدا تناظر را برای هر ۱۵۴ شکل برقرار کرده ایم، و سپس به طور تصادفی از ۷۷ بردار شکل برای ساختن مدل تحلیل سازه‌ی اساسی استفاده کرده ایم و با باقی بردارهای شکل برای محاسبه‌ی خطای بازسازی استفاده کرده ایم. با توجه به اینکه فاصله‌ی بین پیکسل‌های مجاور در تصویرهای پزشکی برحسب میلی‌متر مشخص است، معیارهای ویژه بودن و خطای بازسازی را که نوعی فاصله‌سنجی است، بر حسب میلی‌متر بیان کرده ایم.

$h = \frac{1.06\sigma_y}{M^5}$ در نظر گرفته‌ایم که σ_y انحراف معیار نمونه برای M مشاهده‌ی y_1, \dots, y_M است. همان‌طور که پیش‌تر گفته شد، از قالب‌های پایگاه داده‌ی SCR [۲۱] برای قراری تناظر استفاده کرده ایم. در این پایگاه داده، از ۱۵۴ تصویر رادیوگرافی قفسه‌ی سینه، قالب‌های قلب، ریه‌ی رچپ، ریه‌ی راست، ترقوه‌ی چپ، و ترقوه‌ی راست بیرون کشیده است. علاوه بر قالب‌ها، هر یک از اندام‌ها نیز توسط پزشکان نقطه‌گذاری دسته شده است. برای قلب، ریه‌ی چپ، ریه‌ی راست، ترقوه‌ی چپ، ترقوه‌ی راست، به ترتیب، ۲۶، ۵۰، ۴۴، ۲۳، و ۲۳ نقطه‌ی دستی قرار داده شده است. یک مدل چنداندامی از پشت سر هم چیدن همه‌ی این نقاط ساخته می‌شود که ۱۶۶ نقطه‌ی دستی دارد. در کد [۲۰] برای آموزش مدل طول توصیف کمینه، از هریک از تعداد نقاط عنوان شده در بند قبلی برای مجموعه‌های داده‌ی یاد شده استفاده می‌کنیم و نقاط دستی را در اختیار الگوریتم طول توصیف کمینه قرار نمی‌دهیم. اندازه‌ی گام برای جستجوی نقطه‌ی کمینه را برابر با 10^{-3} در نظر گرفته ایم. تکران t برای توقف



شکل (۸) نمایی از الگوریتم پیشنهادی برای برقراری تناظر بین شکل‌ها. (الف) در مرحله‌ی پیش‌پردازش، I تکرار از بهینه‌سازی تا توقف انجام می‌شود و در هر تکرار i ، $i = 1, \dots, I$ ، واریانس نویز لحظه‌ای $\hat{\sigma}_i^2$ جایگزین ثابت‌های بهینه‌سازی می‌شود. (ب) مقدار ثابت $\hat{\sigma}^2$ که با متوسط‌گیری از واریانس‌های لحظه‌ای محاسبه می‌شود، جایگزین ثابت‌های بهینه‌سازی می‌شود و پس از توقف جستجو، تناظر نهایی به دست می‌آید.

جدول (۲) مقایسه‌ی روش پیشنهادی با دیگر روش‌های روزآمد

بس اندامی	ریه‌ی راست	ریه‌ی چپ	ترقوه‌ی راست	ترقوه‌ی چپ	قلب	مجموعه‌ی داده معیار-الگوریتم
2.70 ± 0.72	1.37 ± 0.42	1.71 ± 0.68	0.55 ± 0.18	0.52 ± 0.17	1.07 ± 0.51	G-CE-EEE1
2.64 ± 0.70	1.34 ± 0.41	1.60 ± 0.68	0.53 ± 0.16	0.49 ± 0.16	1.05 ± 0.49	G-CE-EEE2
2.78 ± 0.73	1.50 ± 0.50	1.94 ± 0.77	0.64 ± 0.19	0.54 ± 0.19	1.08 ± 0.52	G-CE-MDL
10.64 ± 0.06	5.03 ± 0.04	7.27 ± 0.05	2.11 ± 0.02	2.06 ± 0.02	3.34 ± 0.03	S-CE-EEE1
10.25 ± 0.05	4.81 ± 0.03	6.68 ± 0.04	1.86 ± 0.02	1.75 ± 0.02	3.25 ± 0.03	S-CE-EEE2
10.86 ± 0.06	5.25 ± 0.04	7.60 ± 0.04	2.12 ± 0.03	2.17 ± 0.02	3.36 ± 0.03	S-CE-MDL
16.05 ± 0.22	8.78 ± 0.42	9.24 ± 0.42	5.36 ± 0.48	5.92 ± 0.27	6.10 ± 0.30	C-CE-EEE1
15.88 ± 0.38	9.80 ± 0.40	10.50 ± 0.50	6.07 ± 0.26	6.22 ± 0.42	6.15 ± 0.36	C-CE-EEE2
16.09 ± 0.32	8.14 ± 0.35	9.00 ± 0.20	5.07 ± 0.26	5.57 ± 0.50	6.08 ± 0.27	C-CE-MDL

جدول (۳) مقایسه‌ی روش پیشنهادی (پس از پیش‌پردازش محلی) با دیگر روش‌های روزآمد

بس اندامی	ریه‌ی راست	ریه‌ی چپ	ترقوه‌ی راست	ترقوه‌ی چپ	قلب	مجموعه‌ی داده معیار-الگوریتم
1.67 ± 0.72	0.78 ± 0.52	0.87 ± 0.88	0.24 ± 0.26	0.25 ± 0.24	1.18 ± 1.35	G-Locality-SSM
1.58 ± 0.72	0.81 ± 0.48	0.91 ± 0.84	0.25 ± 0.32	0.23 ± 0.28	0.83 ± 1.10	G-Locality-CE-EEE2
1.59 ± 0.75	0.92 ± 0.68	1.03 ± 1.01	0.30 ± 0.45	0.24 ± 0.27	0.83 ± 1.18	G-Locality-CE-EEE1
13.44 ± 0.03	7.59 ± 0.02	9.68 ± 0.03	3.25 ± 0.01	3.32 ± 0.01	8.49 ± 0.02	S-Locality-SSM
12.36 ± 0.03	6.82 ± 0.02	8.69 ± 0.03	3.23 ± 0.01	3.01 ± 0.01	5.83 ± 0.01	S-Locality-CE-EEE2
12.80 ± 0.03	7.45 ± 0.02	9.69 ± 0.03	3.72 ± 0.01	3.67 ± 0.01	5.97 ± 0.01	S-Locality-CE-EEE1
67.13 ± 0.46	40.75 ± 0.43	43.16 ± 0.46	34.75 ± 0.54	34.78 ± 0.48	37.06 ± 0.42	C-Locality-SSM
65.03 ± 0.57	37.60 ± 0.51	43.25 ± 0.48	39.56 ± 0.50	38.20 ± 0.40	38.04 ± 0.65	C-Locality-CE-EEE2
66.31 ± 0.63	37.82 ± 0.41	44.11 ± 0.40	38.73 ± 0.47	37.60 ± 0.51	39.78 ± 0.70	C-Locality-CE-EEE1

جدول (۴) : تعداد تکرارهای محاسبه‌ی تابع هزینه در روش‌های مختلف برقراری تناظر برای ۲۰ تصویر از مجموعه‌های آموزشی مختلف.

روش / مجموعه‌ی داده	ریه‌ی چپ	ریه‌ی راست	ترقوه‌ی چپ	ترقوه‌ی راست	قلب
CE-MDL	5719	4952	4731	4116	5349
CE-EEE1	5215	3464	2798	2580	4578
CE-EEE2	1621	2390	1349	2230	2447

مراجع

- International Workshop, ShapeMI 2020, Held in Conjunction with MICCAI 2020, Lima, Peru, October 4, 2020, Proceedings.
- [12] Adams, J., & Elhabian, S., "Can point cloud networks learn statistical shape models of anatomies?" arXiv preprint arXiv:2305.05610, 2023.
- [13] Wilms, M., Handels, H., Ehrhardt, J., "Multi-resolution Multi-object Statistical Shape Models based on the Locality Assumption," *Medical Image Analysis*, vol. 38, pp. 17-29, 2017.
- [14] Wilms, M., Ehrhardt, J., Forkert, N. D., "Localized statistical shape models for large-scale problems with few training data", *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 69, no 9, pp. 2947-2957, 2022.
- [15] Davies, R. H., Twining, C., Taylor, C., *Statistical Models of Shape: Optimisation and Evaluation*, Springer Science & Business Media, 2008.
- [16] Jolliffe, I. T., *Principal Component Analysis*, 2 ed.: Springer, 2010.
- [17] Asadi H., Seyfe, B., "Signal Enumeration in Gaussian and Non-Gaussian Noise using Entropy Estimation of Eigenvalues," *Digital Signal Processing*, 2018.
- [18] Heimann, T., Wolf, I., Williams, T., Meinzer, H., "3D Active Shape Models using Gradient Descent Optimization of Description Length," *Information Processing in Medical Imaging*, vol. 3565, pp. 566-577, 2005.
- [19] Kroon, D. J., *Segmentation of the Mandibular Canal in Cone-beam CT Data*, Ph.D. Thesis, University of Twente, Enschede, Netherlands, 2011.
- [20] Kroon, D. J., "Corresponding Points through MDL", code repository, 2012, (URL: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/36695-corresponding-points-through-mdl>), MATLAB Central File Exchange. Visited May 27, 2023.
- [21] Van Ginneken, B., Stegmann, M. B., Loog, M., "Segmentation of Anatomical Structures in Chest Radiographs using Supervised Methods: A Comparative Study on a Public Database," *Medical Image Analysis*, vol. 10, pp. 19-40, 2006.
- [22] Shiraishi, J., Katsuragawa, S., Ikezoe, J., Matsumoto, T., Kobayashi, T., Komatsu, K., et al., "Development of a Digital Image Database for Chest Radiographs with and without a Lung Nodule: Receiver Operating Characteristic Analysis of Radiologists' Detection of Pulmonary Nodules," *American Journal of Roentgenology*, vol. 174, pp. 71-74, 2000.
- [1] Dollar, P., Wojek, C., Schiele B., Perona, P., "Pedestrian detection: An evaluation of the state of the art," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 34, pp. 743-761, 2012.
- [2] Kohara, S., Tateyama, T., Foruzan, A. H., Furukawa, A., Kanasaki, S., Wakamiya, M., et al., "Application of statistical shape model to diagnosis of liver disease," Presented at the *Software Engineering and Data Mining (SEDM), 2010 2nd International Conference*, Chengdu, China, 2010.
- [3] Andreopoulos, A., Tsotsos, J. K., "Efficient and generalizable statistical models of shape and appearance for analysis of cardiac MRI," *Medical Image Analysis*, vol. 12, pp. 335-357, 2008.
- [4] Danckaers, F., Huysmans, T., Dael, M. V., Verboven, P., Nicolai, B., Sijbers, J., "Building a Statistical Shape Model of the Apple from Corresponded Surfaces," *Chemical Engineering Transactions*, vol. 44, pp. 49-54, 2015.
- [5] Kotcheff, A. C. W., Taylor, C. J., "Automatic Construction of Eigenshape Models by Direct Optimization," *Medical Image Analysis*, vol. 2, pp. 303-314, 1998.
- [6] Davies, R. H., *Learning Shape: Optimal Models for Analysing Shape Variability*, Ph.D. Thesis, Division of Imaging Science and Biomedical Engineering, University of Manchester, 2002.
- [7] Davies, R. H., C. J. Twining, T. F. Cootes, J. C. Waterton, Taylor, C. J., "A Minimum Description Length Approach to Statistical Shape Modeling," *IEEE Transaction on Medical Imaging*, vol. 21, pp. 525-537, 2002.
- [8] Thodberg, H. H., "Minimum description length shape and appearance models," presented at the *Biennial International Conference on Information Processing in Medical Imaging*, Berlin 2003.
- [9] Bhalodia, R., Elhabian, S. Y., Kavan, L., Whitaker, R. T., "DeepSSM: A deep learning framework for statistical shape modeling from raw images", presented at the *Shape in Medical Imaging: International Workshop, ShapeMI 2018, Held in Conjunction with MICCAI 2018, Granada, Spain, September 20, 2018*, Proceedings.
- [10] Bhalodia, R., Elhabian, S., Adams, J., Tao, W., Kavan, L., Whitaker, R. "Deepssm: A blueprint for image-to-shape deep learning models", arXiv preprint arXiv:2110.07152, 2021.
- [11] Adams, J., Bhalodia, R., Elhabian, S., "Uncertain-deepssm: From images to probabilistic shape models", presented at the *Shape in Medical Imaging*:



محمد امین امیددی دوره‌ی کارشناسی خود در رشته‌ی مهندسی برق را در سال ۱۳۹۴ از دانشگاه علم و صنعت ایران و کارشناسی ارشد خود در مهندسی برق گرایش مخابرات را در سال ۱۳۹۷ از دانشگاه شاهد دریافت کرد. ایشان اکنون دانشجوی دکتری مهندسی برق گرایش مخابرات در دانشگاه شاهد است. زمینه‌های تخصصی ایشان پردازش سیگنال، یادگیری ماشین، و نظریه‌ی اطلاعات است.



بابک سیف دوره‌های کارشناسی را در دانشکده‌ی فنی دانشگاه تهران، کارشناسی ارشد و دکتری خود را در رشته‌ی مهندسی مخابرات در دانشگاه تربیت مدرس گذرانده است. ایشان از سال ۱۳۸۵ عضو هیات علمی در دانشگاه شاهد بوده و بنیان‌گذار آزمایشگاه "سامانه‌های یادگیری با نظریه‌ی اطلاعات" (سینا) به عنوان نخستین آزمایشگاه پژوهشی از این نوع در ایران است. زمینه‌های پژوهشی ایشان پردازش سیگنال آماری، سامانه‌های یادگیری با نظریه‌ی اطلاعات (سینا) و آمار ناپارامتری و پایور است.



امیرحسین فروزان دانش‌آموخته‌ی مهندسی مخابرات از دانشگاه صنعتی شریف، کارشناسی ارشد و دکتری تخصصی مهندسی پزشکی از دانشکده‌ی فنی دانشگاه تهران است. از سال ۱۳۹۰ تاکنون، وی عضو هیئت علمی گروه مهندسی پزشکی دانشکده‌ی فنی و مهندسی دانشگاه شاهد است. حوزه‌های پژوهشی مورد علاقه‌ی ایشان، پردازش تصویرهای پزشکی و کاربرد الگوریتم‌های پردازش تصویر در صنعت است.